

05.12.03

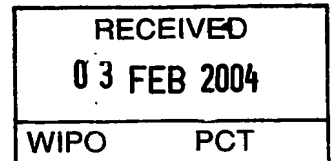
日本国特許庁
JAPAN PATENT OFFICE

別紙添付の書類に記載されている事項は下記の出願書類に記載されている事項と同一であることを証明する。

This is to certify that the annexed is a true copy of the following application as filed with this Office.

出願年月日
Date of Application: 2002年12月 6日

出願番号
Application Number: 特願2002-354594
[ST. 10/C]: [JP2002-354594]



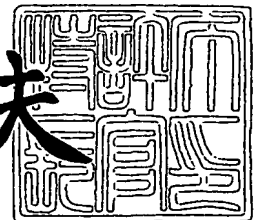
出願人
Applicant(s): 理化学研究所

PRIORITY DOCUMENT
SUBMITTED OR TRANSMITTED IN
COMPLIANCE WITH
RULE 17.1(a) OR (b)

2004年 1月15日

特許庁長官
Commissioner,
Japan Patent Office

今井康夫



【書類名】 特許願
【整理番号】 P6751
【提出日】 平成14年12月 6日
【あて先】 特許庁長官殿
【国際特許分類】 G06F 15/60
【発明者】

【住所又は居所】 埼玉県和光市広沢 2 番 1 号 理化学研究所内

【氏名】 宇佐見 修吾

【発明者】

【住所又は居所】 埼玉県和光市広沢 2 番 1 号 理化学研究所内

【氏名】 加瀬 究

【特許出願人】

【識別番号】 000006792

【氏名又は名称】 理化学研究所

【代理人】

【識別番号】 100097515

【住所又は居所】 東京都港区芝 4 丁目 1 5 番 6 号 ハラビル 2 アサ国際
特許事務所

【弁理士】

【氏名又は名称】 堀田 実

【手数料の表示】

【予納台帳番号】 027018

【納付金額】 21,000円

【提出物件の目録】

【物件名】 明細書 1

【物件名】 図面 1

【物件名】 要約書 1

【包括委任状番号】 9600194

【プルーフの要否】 要

【書類名】 明細書

【発明の名称】 三角形と線分の交点計算方法とそのプログラム

【特許請求の範囲】

【請求項 1】 P_0, P_1, P_2 を 3 頂点とする三角形と、 A, B を結ぶ線分との交点を計算する方法において、

P_0 を原点、 P_0P_1 を第一軸（U 軸）の単位長さ、 P_0P_2 を第二軸（V 軸）の単位長さ、 $P_0P_1 \times P_0P_2$ の単位ベクトルを第三軸（N 軸）とする座標系 R を設定する座標系設定ステップ（A）と、

通常の座標系での点の座標を座標系 R の座標値に変換する変換マトリックス M を計算する変換マトリックス計算ステップ（B）と、

線分の両端 A, B の u, v, n 座標値を演算する線分端座標演算ステップ（C）と、

両端 A, B の u, v, n 座標値から三角形との交差の有無を判断する交差判断ステップ（D）と、

交差する場合にその交点の u, v 座標値を演算する交点座標演算ステップ（E）と、

交点の u, v 座標値から三角形内の交点の有無を判断する交点判断ステップ（F）と、を備えることを特徴とする三角形と線分の交点計算方法。

【請求項 2】 前記変換マトリックス計算ステップ（B）において、変換マトリックス M は、*A f f i n e* 変換マトリックスである、ことを特徴とする請求項 1 に記載の三角形と線分の交点計算方法。

【請求項 3】 線分端座標演算ステップ（C）において、 u, v, n 座標値を式（8）で求める、

$$P_{UVN} = M P_{xyz} \cdots (8)$$

ことを特徴とする請求項 1 に記載の三角形と線分の交点計算方法。

【請求項 4】 交差判断ステップ（D）において、（1）片方の点の n 座標が線分の長さ以上であれば交点無しと判断し、及び／又は、（2）2 点の n 座標が同符号であれば交点なし、異符号であれば交点ありと判断する、ことを特徴とする請求項 1 に記載の三角形と線分の交点計算方法。

【請求項 5】 交差判断ステップ (D) において、(1) 2 点とも u 座標が 0 以下又は 1 以上、(2) 2 点とも v 座標が 0 以下、又は (3) 2 点とも u 座標 + v 座標が 1 以上の場合、交点は三角形外と判断する、ことを特徴とする請求項 1 に記載の三角形と線分の交点計算方法。

【請求項 6】 交点座標演算ステップ (E) において、両端 A, B の n 座標の値で内分した点を交点とし、その u , v 座標値を演算する、ことを特徴とする請求項 1 に記載の三角形と線分の交点計算方法。

【請求項 7】 交点判断ステップ (F) において、交点の u , v 座標値が、[数 1] の式 (13) を満たす場合に、三角形の内部と判断する、

【数 1】

$$\begin{aligned} \cdot 0 \leq u \leq 1 & \quad (\text{Vec1 方向の範囲}) \\ \cdot 0 \leq v \leq 1 & \quad (\text{Vec2 方向の範囲}) \quad \cdot \cdot \cdot (13) \\ \cdot 0 \leq u+v \leq 1 & \quad (P_1P_2 \text{ の線の内側}(P_0 \text{ 側})) \end{aligned}$$

ことを特徴とする請求項 1 に記載の三角形と線分の交点計算方法。

【請求項 8】 コンピュータに、 P_0 , P_1 , P_2 を 3 頂点とする三角形と、A, B を結ぶ線分との交点を計算させるためプログラムであって、

P_0 を原点、 P_0P_1 を第一軸 (U 軸) の単位長さ、 P_0P_2 を第二軸 (V 軸) の単位長さ、 $P_0P_1 \times P_0P_2$ の単位ベクトルを第三軸 (N 軸) とする座標系 R を設定する座標系設定ステップ (A) と、

通常の座標系での点の座標を座標系 R の座標値に変換する変換マトリックス M を計算する変換マトリックス計算ステップ (B) と、

線分の両端 A, B の u , v , n 座標値を演算する線分端座標演算ステップ (C) と、

両端 A, B の u , v , n 座標値から三角形との交差の有無を判断する交差判断ステップ (D) と、

交差する場合にその交点の u , v 座標値を演算する交点座標演算ステップ (E) と、

交点の u , v 座標値から三角形内の交点の有無を判断する交点判断ステップ (F) と、を実行させるためのプログラム。

【発明の詳細な説明】**【0 0 0 1】****【発明の属する技術分野】**

本発明は、三角形と線分の交点計算方法とそのプログラムに関する。

【0 0 0 2】**【従来の技術】**

形状と物性を統合した実体データを小さい記憶容量で記憶することができ、これにより、物体の形状・構造・物性情報・履歴を一元的に管理し、設計から加工、組立、試験、評価など一連の工程に関わるデータを同じデータで管理することができ、C A D とシミュレーションを一元化することできる実体データの記憶方法として、[特許文献 1] が開示されている。

【0 0 0 3】**【特許文献 1】**

特開 2 0 0 2 - 2 3 0 0 5 4 号公報

【0 0 0 4】

[特許文献 1] の「形状と物性を統合した実体データの記憶方法」は、図 1 2 に示すように、外部データ入力ステップ (A)、八分木分割ステップ (B)、及びセルデータ記憶ステップ (C) からなり、外部データ入力ステップ (A) では、外部データ取得ステップ S 1 で取得した対象物の境界データからなる外部データ 1 2 をこの発明の方法を記憶したコンピュータ等に入力し、八分木分割ステップ (B) では、外部データ 1 2 を八分木分割により境界平面が直交する直方体のセルに分割し、セルデータ記憶ステップ (C) では、各セル毎に種々の物性値を記憶するものである。

上述した [特許文献 1] の発明は、対象物の形状データからなる外部データを、八分木分割により境界平面が直交する直方体のセルに分割し、各セル毎に種々の物性値を記憶するものである。分割された各セルは対象物の内側に位置する内部セルと、境界面を含む境界セルとからなる。また、内部セルは、属性として 1 種の物性値を持ち、境界セルは、対象物の内側と外側の 2 種の物性値をもつものである。

以下、この方法によるデータを「V-CADデータ」と呼び、このデータを用いた設計やシミュレーションを「ボリウムCAD」又は「V-CAD」と呼ぶ。図12において14がV-CADデータである。

【0005】

図13は、[特許文献1]に基づいて外部データからV-CADデータを作成手順を示す図である。この図に示すように、S-CADデータや三角形パッチデータに対して、STEP-1でボクセル空間を定義し、STEP-2で幾何形状（S-CADデータや三角形パッチデータ）を各セルにMappingし、STEP-3で幾何形状と各セルの稜線との交点計算（セル切断点の取得）を行い、STEP-4でセル毎の切断点情報からセル内面の外周ループを作成し、STEP-5で元の幾何形状を参照しつつ外周ループ内を三角形分割し、STEP-6でセルの媒質値を設定することで、V-CADデータが作成される。

【0006】

上述した[特許文献1]の方法では、図12の八分木分割ステップ(B)、および図13のSTEP-3において、外部データである幾何形状を定義する三角形と各セルの稜線である線分との交点を求める計算を繰り返し膨大な回数行う必要が生じる。

【0007】

かかる三角形と線分との交点計算方法として、従来から、[非特許文献1]～[非特許文献3]が知られている。

【0008】

【非特許文献1】

Mollerの方法(Journal of graphics tools, 2(1):21-28 1997)。

【非特許文献2】

Badouelの方法(Graphic Gems, Academic Press P21-28 1990)。

【非特許文献3】

Computational Geometry in C: Joseph

O'Rourke/Cambridge University Press
P239)

【0009】

【発明が解決しようとする課題】

三角形と線分との交点計算については、さまざまな方法が存在しており、その多くは無限平面と無限直線との交点を計算し、その交点が平面内の閉領域としての三角形内に含まれているか否かを判断する方法である。そのような方法は計算コストが高く、V-CADシステムで今後推定されるように、多数回の計算を繰り返す場合の改善策が必要であった。

【0010】

〔非特許文献1〕のMollerの方法では、〔数2〕の式(1)のベクトル計算式を利用することで、比較的低コストで計算が可能である。

【0011】

〔数2〕

$$\begin{bmatrix} t \\ u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\overrightarrow{P_1P_{Lin}} \times \overrightarrow{P_1P_2}) \cdot \overrightarrow{P_1P_3} \\ (\overrightarrow{V_{Dir}} \times \overrightarrow{P_1P_3}) \cdot \overrightarrow{P_1P_{Lin}} \\ (\overrightarrow{P_1P_{Lin}} \times \overrightarrow{P_1P_2}) \cdot \overrightarrow{P_1P_{Lin}} \end{bmatrix} / \left((\overrightarrow{V_{Dir}} \times \overrightarrow{P_1P_3}) \cdot \overrightarrow{P_1P_2} \right) \quad \dots (1)$$

P_1, P_2, P_3, P_{Lin} : 三角形の頂点、線分の始点

V_{Dir} : 線分方向ベクトル

t : 線分中でのパラメータ

u, v : 三角形内でのパラメータ

【0012】

しかし、この方法においては、同一の三角形に対して異なる複数の線分との交点を求める際にも、全ての計算式を改めて計算する必要があるため、「同一の三角形」という条件下で交点計算のメリットが発生せず、高速化を図ることが困難であるという問題点があった。

【0013】

〔非特許文献2〕のBadouelの方法では、図3において、平面の基準点 P_{Pln} と法線ベクトル V_{Nrm} 、直線の基準点 P_{Lin} を利用して以下のように求める。

【数3】の式(2)として、直線の基準点と平面の距離は $d_{st} = V_{Nrm} \cdot V_{Pnt}$ (V_{Nrm} は単位ベクトル)で求まるので、交点の座標は $P_{Int} = P_{Lin} + V_{Lin} \cdot d_{st} / (V_{Lin} \cdot V_{Nrm})$ で計算できる。

続いて、三角形の各頂点、および平面と直線の交点を座標平面 (xy 平面、 yz 平面、 zx 平面)のいずれかに投影し、この平面上で、【数3】の式(3)となる α 、 β を計算する。

【0014】

α 、 β の計算方法は、図4において、 xy 平面上に投影した場合、 $P_1(x_1, y_1, z_1)$ 、 $P_2(x_2, y_2, z_2)$ 、 $P_3(x_3, y_3, z_3)$ 、 $P_{Int}(x, y, z)$ として、各頂点の z 座標を省略した一次変換の式(【数3】の式(4))の逆変換を作成すればよい。

【0015】

【数3】

$$\overrightarrow{V_{Pnt}} = \overrightarrow{P_{Pln} P_{Lin}} \cdot \cdot \cdot (2)$$

$$\overrightarrow{P_1 P_{Int}} = \alpha \overrightarrow{P_1 P_2} + \beta \overrightarrow{P_1 P_3} \cdot \cdot \cdot (3)$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 & x_3 - x_1 \\ y_2 - y_1 & y_3 - y_1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \cdot \cdot \cdot (4)$$

【0016】

無限平面と直線の交点計算の方法はBadouelの方法で記述したものと同じであるが、交点と三角形の内外判定方法には他にも以下の様な方法が挙げられる。

【0017】

【非特許文献3】の角度を計算する方法では、図5A、Bにおいて、個々の頂点に向けたベクトル同士の内積をそれぞれ取り、それから求めた角度の和が0となるか、360度となるかによって判断する。すなわち、図5Aでは式(5)が成り立ち、図5Bでは式(6)が成り立つ。

$$\theta_{12} + \theta_{23} + \theta_{31} = 2\pi \dots (5)$$

$$\theta_{12} + \theta_{23} + \theta_{31} = 0 \dots (6)$$

【0018】

その他に、図6A、Bに示すように、交点から三角形に各頂点に向けたベクトルの外積を〔数4〕の式(7)で求め、これらが同じ方向を向くか否かで判断する外積を利用する方法もある。

【0019】

〔数4〕

$$\begin{aligned} V_{Nrm12} &= V_1 \times V_2 \\ V_{Nrm23} &= V_2 \times V_3 \\ V_{Nrm31} &= V_3 \times V_1 \end{aligned} \dots (7)$$

【0020】

図6Aでは、 V_{Nrm12} 、 V_{Nrm23} 、 V_{Nrm31} 、とも同じ方向を向き、図6Bでは、 V_{Nrm31} は逆方向を向く。

ただし、外積を利用する方法では、明らかに計算負荷がかかることが予想される。

【0021】

上述したように、従来の三角形と線分との交点計算手段では、同一の三角形に対して異なる複数の線分との交点を求める場合に、その都度ほとんど全ての計算式を改めて計算する必要があるため、全体として計算時間が長くなり、高速化を図ることが困難であるという問題点があった。

【0022】

本発明は、かかる問題点を解決するために創案されたものである。すなわち、本発明の目的は、同一の三角形に対して異なる複数の線分との交点を求める場合に、計算時間を短縮し高速化を図ることができる三角形と線分の交点計算方法とそのプログラムを提供することにある。

【0023】

【課題を解決するための手段】

本発明によれば、 P_0 , P_1 , P_2 を3頂点とする三角形と、 A , B を結ぶ線分との交点を計算する方法において、 P_0 を原点、 P_0P_1 を第一軸（U軸）の単位長さ、 P_0P_2 を第二軸（V軸）の単位長さ、 $P_0P_1 \times P_0P_2$ の単位ベクトルを第三軸（N軸）とする座標系 R を設定する座標系設定ステップ（A）と、通常の座標系での点の座標を座標系 R の座標値に変換する変換マトリックス M を計算する変換マトリックス計算ステップ（B）と、線分の両端 A , B の u , v , n 座標値を演算する線分端座標演算ステップ（C）と、両端 A , B の u , v , n 座標値から三角形との交差の有無を判断する交差判断ステップ（D）と、交差する場合にその交点の u , v 座標値を演算する交点座標演算ステップ（E）と、交点の u , v 座標値から三角形内の交点の有無を判断する交点判断ステップ（F）と、を備えることを特徴とする三角形と線分の交点計算方法が提供される。

【0024】

また、本発明によれば、コンピュータに、 P_0 , P_1 , P_2 を3頂点とする三角形と、 A , B を結ぶ線分との交点を計算させるためプログラムであって、 P_0 を原点、 P_0P_1 を第一軸（U軸）の単位長さ、 P_0P_2 を第二軸（V軸）の単位長さ、 $P_0P_1 \times P_0P_2$ の単位ベクトルを第三軸（N軸）とする座標系 R を設定する座標系設定ステップ（A）と、通常の座標系での点の座標を座標系 R の座標値に変換する変換マトリックス M を計算する変換マトリックス計算ステップ（B）と、線分の両端 A , B の u , v , n 座標値を演算する線分端座標演算ステップ（C）と、両端 A , B の u , v , n 座標値から三角形との交差の有無を判断する交差判断ステップ（D）と、交差する場合にその交点の u , v 座標値を演算する交点座標演算ステップ（E）と、交点の u , v 座標値から三角形内の交点の有無を判断する交点判断ステップ（F）と、を実行させるためのプログラムが提供される。

【0025】

上記本発明の方法とプログラムによれば、同一の三角形に対して異なる複数の線分との交点を求める場合に、同一の三角形に対する変換マトリックス M は、常に同一であり、異なる複数の線分に対して、線分端座標演算ステップ（C）を行うだけで、線分の両端 A , B の u , v , n 座標値を演算することができる。従って、従来の方法に比べて、異なる線分に対して再計算が少なくなり、計算時間を

短縮し高速化を図ることができる

【0026】

本発明の好ましい実施形態によれば、前記変換マトリックス計算ステップ (B) において、変換マトリックス M は、A f f i n e 変換マトリックスである。

A f f i n e 変換マトリックスにより、三角形に対して変換マトリックス M を短時間に容易に計算することができる。

【0027】

また、線分端座標演算ステップ (C) において、u, v, n 座標値を式 (8) で求める、

$$P_{UVN} = M P_{xyz} \cdots (8)。$$

式 (8) により、異なる複数の線分に対して、線分の両端 A, B の u, v, n 座標値を短時間に容易に計算することができる。

【0028】

また、交差判断ステップ (D) において、(1) 片方の点の n 座標が線分の長さ以上であれば交点無しと判断し、及び／又は、(2) 2 点の n 座標が同符号であれば交点なし、異符号であれば交点ありと判断する。

この判断により、交点の有無を、容易かつ短時間に判断できる。

【0029】

また、交差判断ステップ (D) において、(1) 2 点とも u 座標が 0 以下又は 1 以上、(2) 2 点とも v 座標が 0 以下、又は (3) 2 点とも u 座標 + v 座標が 1 以上の場合、交点は三角形外と判断する。

この手段により、交点となりうる点と三角形との内外判定を、容易かつ短時間にでき、実際の交点を求める以前に、明らかに三角形内に交点を持たない線分を除外し、不必要な計算を省略することができる。

【0030】

また、交点座標演算ステップ (E) において、両端 A, B の n 座標の値で内分した点を交点とし、その u, v 座標値を演算する。

この手段により、交点の u, v 座標値を、容易かつ短時間に、計算できる。

【0031】

また、交点判断ステップ (F) において、交点の u , v 座標値が、[数 1] の式 (13) を満たす場合に、三角形の内部と判断する。

この手段で、交点と三角形との内外判定を、容易かつ短時間にでき、実際の交点を求める以前に、三角形内に交点を持たない線分を除外し、不必要な計算を省略することができる。

【0032】

【発明の実施の形態】

以下、本発明の好ましい実施形態を図面を参照して説明する。

図 1 は、本発明の方法を実行するための装置構成図である。この図に示すように、この装置 10 は、入力装置 2、外部記憶装置 3、内部記憶装置 4、中央処理装置 5 および出力装置 6 を備える。

【0033】

入力装置 2 は、例えばキーボードであり、対象物 1 の形状データからなる外部データ 12 を入力する。外部記憶装置 3 は、ハードディスク、フロッピーディスク、磁気テープ、コンパクトディスク等であり、形状と物理量を統合した実体データとその記憶演算プログラムを記憶する。内部記憶装置 4 は、例えば RAM, ROM 等であり、演算情報を保管する。中央処理装置 5 (CPU) は、演算や入出力等を集中的に処理し、内部記憶装置 4 と共に、記憶プログラムを実行する。出力装置 6 は、例えば表示装置とプリンタであり、記憶した実体データと記憶プログラムの実行結果を出力するようになっている。

【0034】

図 2 は、本発明の交点計算方法とそのプログラムのフロー図である。この図に示すように、本発明の交点計算方法とそのプログラムは、座標系設定ステップ (A)、変換マトリックス計算ステップ (B)、線分端座標演算ステップ (C)、交差判断ステップ (D)、交点座標演算ステップ (E)、及び交点判断ステップ (F) からなる。

【0035】

本発明の交点計算方法は、 P_0 , P_1 , P_2 を 3 頂点とする三角形と、 A , B を結ぶ線分との交点を計算する方法であり、本発明のプログラムは、コンピュータ

に、 P_0 , P_1 , P_2 を3頂点とする三角形と、 A , B を結ぶ線分との交点を計算させるためプログラムである。

【0036】

座標系設定ステップ(A)では、 P_0 を原点、 P_0P_1 を第一軸(U軸)の単位長さ、 P_0P_2 を第二軸(V軸)の単位長さ、 $P_0P_1 \times P_0P_2$ の単位ベクトルを第三軸(N軸)とする座標系Rを設定する。

変換マトリックス計算ステップ(B)では、通常の座標系での点の座標を座標系Rの座標値に変換する変換マトリックスMを計算する。

線分端座標演算ステップ(C)では、線分の両端A, Bのu, v, n座標値を演算する。

交差判断ステップ(D)では、両端A, Bのu, v, n座標値から三角形との交差の有無を判断する。

交点座標演算ステップ(E)では、交差する場合にその交点のu, v座標値を演算する。交点判断ステップ(F)では、交点のu, v座標値から三角形内の交点の有無を判断する。

【0037】

以下、本発明を詳細に説明する。

1. ボリュームCADの開発において、入力としての表面形状に多用される三角形パッチと線分(セル稜線)との交点計算を繰り返し行う。三角形と線分との交点計算は平面と直線との交点計算の後、直線上の有効領域にあるか、平面上の有効領域にあるかという内外判定を行うこととなり、ベクトル演算を多用するため計算負荷が高くなる。例えば、入力の三角形パッチ群は1種で有るのに対し、V-CADなどのボリュームデータ(三次元の広がり全体を表現するデータ、CTやMRI、ボリュームレンダリング用のデータなど)に変換する際に、分割数や分解能を変更したり、Octree化、多重ボクセル化などの階層性を持つ格子データに変換したりするケースでは、1つのサーフェスデータに対して格子の稜線との交点計算が同時に、或いは繰り返し、大量に行われることになる。従って、以下に述べる従来技術では効率が悪く、大幅な効率化を達成できる手法が必要となる。また、ボリュームCADに限らずとも、情報量の豊富さから今後ボ

リウムデータが幅広く流通されると予想されるが、そのような場面においても、処理や制御のしやすさから三角形パッチとボリウムデータの併用が必要となり、その際に本発明の技術は不可欠となる。

【0038】

本発明では入力データをコンピュータ上での形状表示などに一般に利用されている *A f f i n e* 変換マトリックスに変換しておくことで、交点計算および内外判定を高速に、かつ安定して行える。特に同一の三角形に対して繰り返し交点計算を行う場合には、以前に作成した三角形固有のマトリックスを再利用することで、計算コストの大幅な低減が可能となる。例えば、機械部品などでは、平面で構成される面が多く、入力 of 表面形状として使われる三角形は大きなものが多い。その結果、同じ三角形とセル稜線との交点計算が多数回行われるため、本発明の利点が際立つこととなる。

【0039】

2. 本発明では、図8に示すように、三角形の2辺を第一軸、第二軸、法線ベクトルを第三軸とし、第一軸と第二軸に共通する頂点を原点とする空間座標系 *R* を設定する。

正規直交座標系と上記座標系の変換を行うために、計算機上での画像表示などに利用される *A f f i n e* 変換マトリックスを計算し、三角形との対応付けを行う。

交点計算を行う線分の両端の座標を上記マトリックスにより空間座標系 *R* に変換し、それらの値から、交点の有無や交点の三角形に対する内外判定、ならびに交点の座標計算を行う。

【0040】

上記のような手段を用いることにより、以下の利点が発生する。

(1) 既存の手段では、2段階で行われていた交点の計算と内外判定を一段階で行えることとなり、記憶容量の増加を必要とせず、高速に計算できる。

(2) 同一の三角形に対して多数の線分との交点計算を行う際に、予め準備された幾何量を利用することで計算コストが低く抑えられる。

(3) 座標変換と点の内分という簡易なアルゴリズムであるため、実装が容易で

ある。

(4) 座標変換の結果に符合付距離を含むため、Volumeデータの属性データとしての元曲面からの距離の計算や、面の表裏方向の確認に利用することができる。

【0041】

3. 図7は、本発明による処理方法を具体的に示すフローチャートである。この図において、 P_0 , P_1 , P_2 を3頂点とする入力三角形の3次元座標データを入力し、これから、上述した座標系設定ステップ(A)において、 P_0 を原点、 P_0P_1 を第一軸(U軸)の単位長さ、 P_0P_2 を第二軸(V軸)の単位長さ、 $P_0P_1 \times P_0P_2$ の単位ベクトルを第三軸(N軸)とする座標系Rを設定する。

【0042】

次に、S1において、三角形に応じた座標系Rに対応するマトリックスを算出する。このステップは、上述した変換マトリックス計算ステップ(B)に相当する。

次に、S2において、交差計算対象線分の両端A, Bのuv座標、符号付距離をAffine変換演算により求める。このステップは、上述した線分端座標演算ステップ(C)に相当する。

次に、S3において、符号付距離とuv座標により、三角形との交差の有無を判断する。このステップは、上述した交差判断ステップ(D)に相当する。

次に、S4において、交点を計算する。このステップは、上述した交点座標演算ステップ(E)に相当する。

次に、S5において、UV値から三角形内の交点の有無を判断する。このステップは、上述した交点判断ステップ(F)に相当する。

【0043】

4. 1 以下、計算フローの詳細を説明する。

4. 1. 1 三角形に応じた座標系と対応するマトリックス

図8に示すように、三角形の頂点を P_0 , P_1 , P_2 とした時に、 P_0 を原点、 P_0P_1 を第一軸(U軸)の単位長さ、 P_0P_2 を第二軸(V軸)の単位長さ、 $P_0P_1 \times P_0P_2$ の単位ベクトルを第三軸(N軸)とするような座標系Rを考える。

通常の直交座標系での点の座標をこの座標系での座標値に変換するマトリックスをMとすると、

$$P_{UVN} = M P_{xyz} \cdots (8)$$

の式で変換された座標値は三角形によって定まる座標表面上のUV値と、三角形からの符号付距離がそれぞれu, v, n座標として計算される。

これにより、任意の点の三角形に対する位置関係（符号付距離、三角形上に垂直投影できるか否か）などが計算でき、また同一の三角形に対して多数回の交点計算を行う際には、行列をそのまま利用できるので、計算負荷の低減が可能となる。その結果、より高速な交点計算が可能となる。

【0044】

この変換マトリックスは、スケーリング、回転、座標軸の変形、平行移動を含むため、 4×4 の通常、CGの表示などに利用されているAffine変換とよばれる変換マトリックスを使用する。

スケーリングマトリックス、平行移動のマトリックスについては、各軸方向の縮尺をxScale, yScale, zScale, 平行移動ベクトルを(xMove, yMove, zMove)として、[数5]の式(9)(10)のように表すことができる。

また、回転および座標軸変形のマトリックスについては、uvn座標系での各軸方向の単位ベクトルがそれぞれVec1, Vec2, VecNとなることから、各ベクトルの成分を(vx1, vy1, vz1)、(vx1, vy1, vz1)、(vxn, vyn, vzn)として、[数4]の式(11)のように表現できる。これらを統合して[数5]の式(12)と計算する。

【0045】

【数 5】

$$M_{scale} = \begin{bmatrix} xScale & 0 & 0 & 0 \\ 0 & yScale & 0 & 0 \\ 0 & 0 & zScale & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdots (9)$$

$$M_{move} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & xMove \\ 0 & 1 & 0 & yMove \\ 0 & 0 & 1 & zMove \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -x_0 \\ 0 & 1 & 0 & -y_0 \\ 0 & 0 & 1 & -z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdots (10)$$

$$M_{trans} = \begin{bmatrix} vx1 & vy1 & vz1 & 0 \\ vx2 & vy2 & vz2 & 0 \\ vxn & vyn & vzn & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \cdots (11)$$

$$M = M_{move} \cdot M_{scale} \cdot M_{trans} \cdots (12)$$

【0046】

4. 1. 2 直線の両端点の座標変換（符号付距離、u v座標の算出）

始点・終点の座標を上記のマトリックスでAffine変換する。

但し、Affine変換の4×4行列のうち、1行目～3行目の4カラム目は移動量であるので、掛け算の対象は必ず1であり、また4行目については、1～3カラム目が0、4カラム目が1、4カラム目の掛け算の対象は1であるので、かならず計算結果は1となる。従って、汎用の行列計算用の計算でなく、Affine変換専用の計算を行えば、掛け算を必要とするのは、1～3行目、1～3カラム目の9回だけで済むことになり、より高速な計算が可能になる。

【0047】

4. 1. 3 変換後の2点の座標を見て、交点の有無を判断する。

- ・ 片方の点のn座標が線分の長さ以上であれば交点無し、
- ・ 2点のn座標が同符号であれば、交点無し異符号であれば交点あり

【0048】

4. 1. 4 変換後の 2 点の u 座標、 v 座標から、交点となりうる点と三角形との内外判定を行う。

- ・ 2 点とも、 u 座標が 0 以下または 1.0 以上の時、交点は三角形外
- ・ 2 点とも、 v 座標が 0.0 以下の時、交点は三角形外
- ・ 2 点とも、 u 座標 + v 座標が 1.0 以上の時、交点は三角形外

上記の条件を元に実際の交点の値を求める以前に、明らかに三角形上に交点を持たない線分を除外する。

【0049】

4. 1. 5 両端の n 座標の値で内分した点を交点とし、 u v 座標を求める。

4. 1. 6 交点の u 座標、 v 座標を以下の基準により、三角形との内外判定を行う。

三角形の内部にあるための条件は、[数6] の式 (13) に示す 3 項目となる。

【0050】

【数6】

- ・ $0 \leq u \leq 1$ (Vec1 方向の範囲)
- ・ $0 \leq v \leq 1$ (Vec2 方向の範囲) . . . (13)
- ・ $0 \leq u+v \leq 1$ (P_1P_2 の線の内側(P_0 側))

【0051】

4. 2 計算コストと計算結果

Moller の手法と本発明の計算コストを比較する。

まず、Moller の手法では、[数7] の式 (14) が 2 回ずつでてくるので、それぞれベクトル P 、 Q として計算しておき、また割り算を行う部分も予め逆数を [数7] の式 (15) で計算しておく。

この場合、ベクトル P の計算コストが掛け算 6 回、ベクトル Q の計算コストが掛け算 6 回であり、 t を求めるまでの計算コストは、それぞれベクトルともう一つのベクトルの内積計算、逆数計算と、逆数との掛け算で、掛け算が 19 回、割り算が 1 回となる。

u を求める為には、これに 4 回の掛け算が追加され、 v の計算にも 4 回の掛け

算が必要となる。

【0052】

これに対して本発明の場合には、両端の符号付距離と u v 値を求めるまでに 18 回の掛け算が必要となる。両端の符号付距離が同符号であれば $t < 0$ または $t > 1$ と同値であり、線分の有効範囲に交点が無いことが分かるので、この時点で掛け算 1 回と割り算 1 回の計算コストの節約となる。

交点の u v 値を求めるためには、[数 7] の式 (16) といった計算が必要になるので、 u 値を求めるまでに、1 回の割り算と 2 回の掛け算、 v 値を求めるまでに、さらに 2 回の掛け算が必要になる。但し、始点・終点の U 値、 V 値がともに 0 未満であったり、1 以上であったり、 U 値 + V 値が 1 以上の場合には、交点の U 値、 V 値の計算を行うことなく、交差しないという判定が可能である。

【0053】

【数 7】

$$(\overrightarrow{P_1P_{Lin}} \times \overrightarrow{P_1P_2}) \text{ と } (V_{Dir} \times \overrightarrow{P_1P_3}) \quad \dots (14)$$

$$\begin{bmatrix} t \\ u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\overrightarrow{P_1P_{Lin}} \times \overrightarrow{P_1P_2}) \cdot \overrightarrow{P_1P_3} \\ (V_{Dir} \times \overrightarrow{P_1P_3}) \cdot \overrightarrow{P_1P_{Lin}} \\ (\overrightarrow{P_1P_{Lin}} \times \overrightarrow{P_1P_2}) \cdot \overrightarrow{P_1P_{Lin}} \end{bmatrix} / ((V_{Dir} \times \overrightarrow{P_1P_3}) \cdot \overrightarrow{P_1P_2}) \quad \dots (15)$$

$$\begin{aligned} t &= fabs(N_{P1} / (N_{P2} - N_{P1})) \\ U_{Int} &= U_{P0} \times t + U_{P1} \times (1-t) \quad \dots (16) \\ V_{Int} &= V_{P0} \times t + V_{P1} \times (1-t) \end{aligned}$$

【0054】

従って交点計算のステップとして、

Step 1 線分の有効区間での交差確認 (t Value)

Step 2 交点の u 値での有効／無効判定

Step 3 交点の v 値での有効／無効判定

といった手順を踏むとすると、各条件のもとでの交差を行うまでに、表 1 に示す

ような計算コストがかかることが分かり、本発明の方が高い計算効率であることが分かる。

【0 0 5 5】

【表 1】

STEP	Moller's Method	This Method
Step1 tValue	19Multi+1Divide	18Multi
Step2 uValue	23Multi+1Divide	20Multi+1Divide (18Multi)
Step3 vValue	27Multi+1Divide	22Multi+1Divide (18Multi)

【0 0 5 6】

4. 3 実施例

図 9 ～ 図 1 1 は、V-CAD への入力データ、セルとセル内面で構成された V-CAD データ、V-CAD データの一部を拡大し、入力データとセル稜線の交点を表示したものである。本発明によりベンチマークでは最大 3 0 % 程度の高速化が達成できた。

【0 0 5 7】

図 9 は、入力三角形の表示、図 1 0 はセルとセル内面で構成される V-CAD データ、図 1 1 は入力データとセル稜線の交点計算により発生したセル切断点である。

【0 0 5 8】

【発明の効果】

上述したように、本発明の三角形と線分の交点計算方法とそのプログラムは、同一の三角形に対して異なる複数の線分との交点を求める場合に、計算時間を短縮し高速化を図ることができる等の優れた効果を有する。

【図面の簡単な説明】

【図 1】

本発明の方法を実行するための装置の構成図である。

【図 2】

本発明の方法とそのプログラムのフロー図である。

【図 3】

従来の方法を示す模式図である。

【図 4】

従来の方法を示す別の模式図である。

【図 5】

従来の方法を示す別の模式図である。

【図 6】

従来の方法を示す別の模式図である。

【図 7】

本発明による処理方法を具体的に示すフローチャートである。

【図 8】

本発明による座標系 R を示す模式図である。

【図 9】

入力三角形の表示を示す CRT 上の中間調画像である。

【図 10】

セルとセル内面で構成される V-CAD データを示す CRT 上の中間調画像である。

【図 11】

入力データとセル稜線の交点計算により発生したセル切断点を示す CRT 上の中間調画像である。

【図 12】

先行出願の実体データの記憶方法のフロー図である。

【図 13】

先行出願の実体データの記憶方法の別のフロー図である。

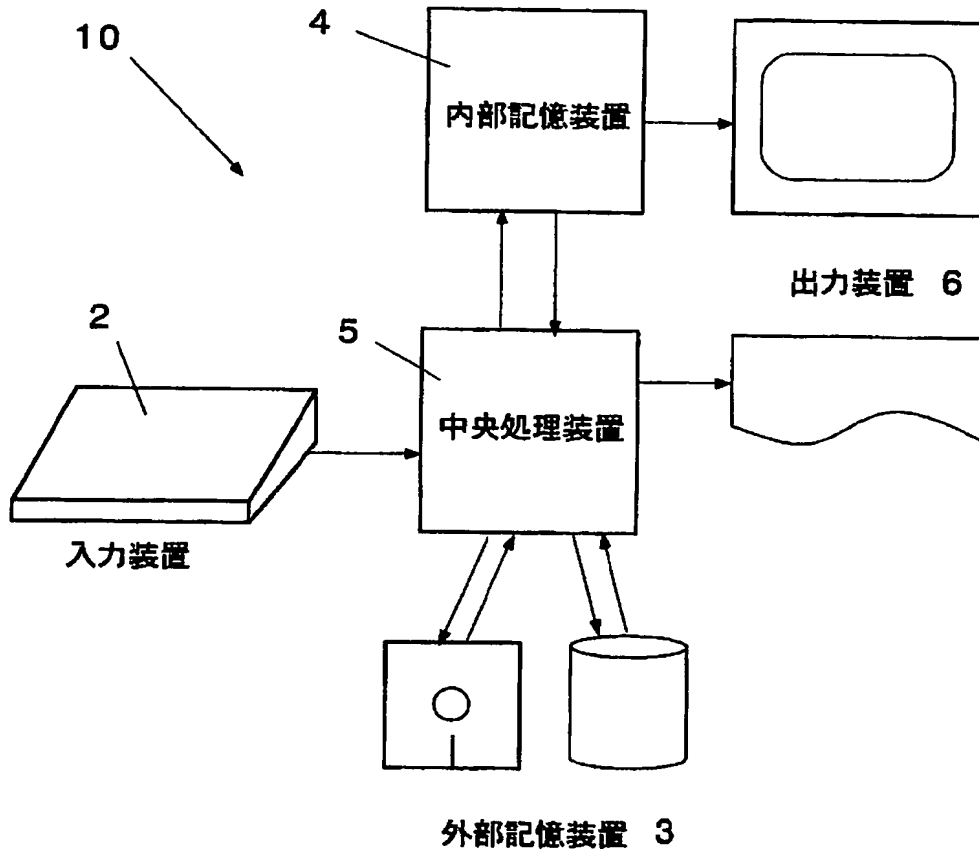
【符号の説明】

- 2 入力装置、3 外部記憶装置、4 内部記憶装置、
- 5 中央処理装置、6 出力装置、
- 10 装置、12 外部データ、
- 14 V-CAD データ

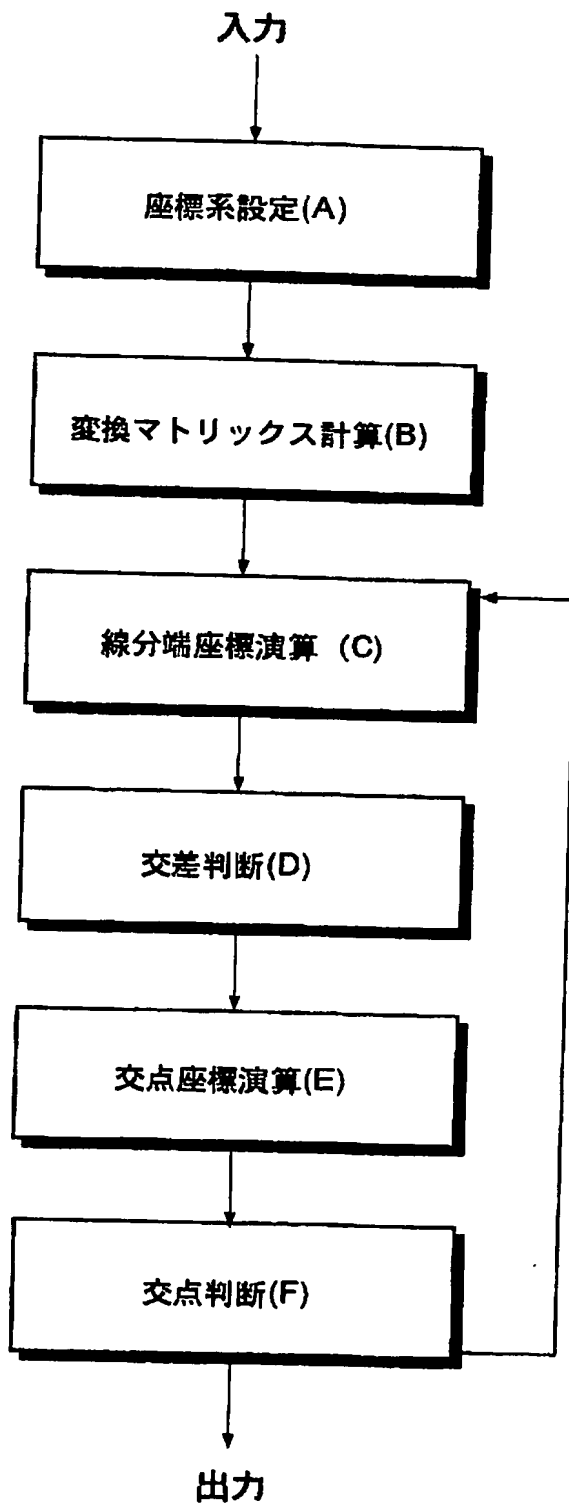
【書類名】

図面

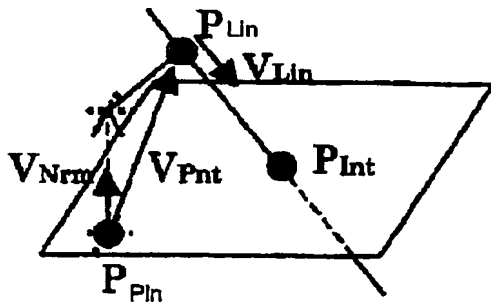
【図 1】



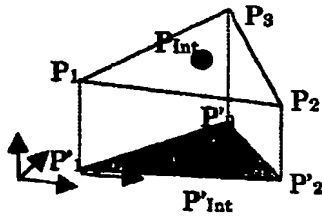
【図 2】



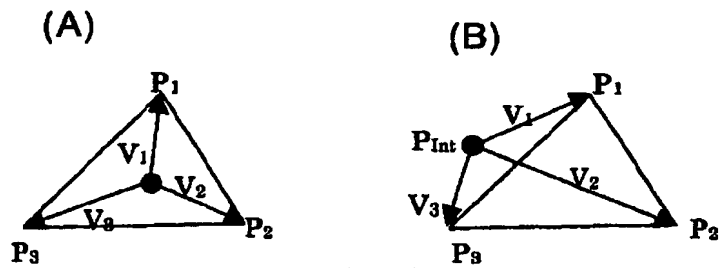
【図 3】



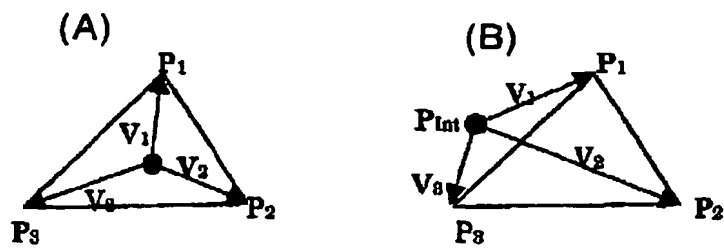
【図 4】



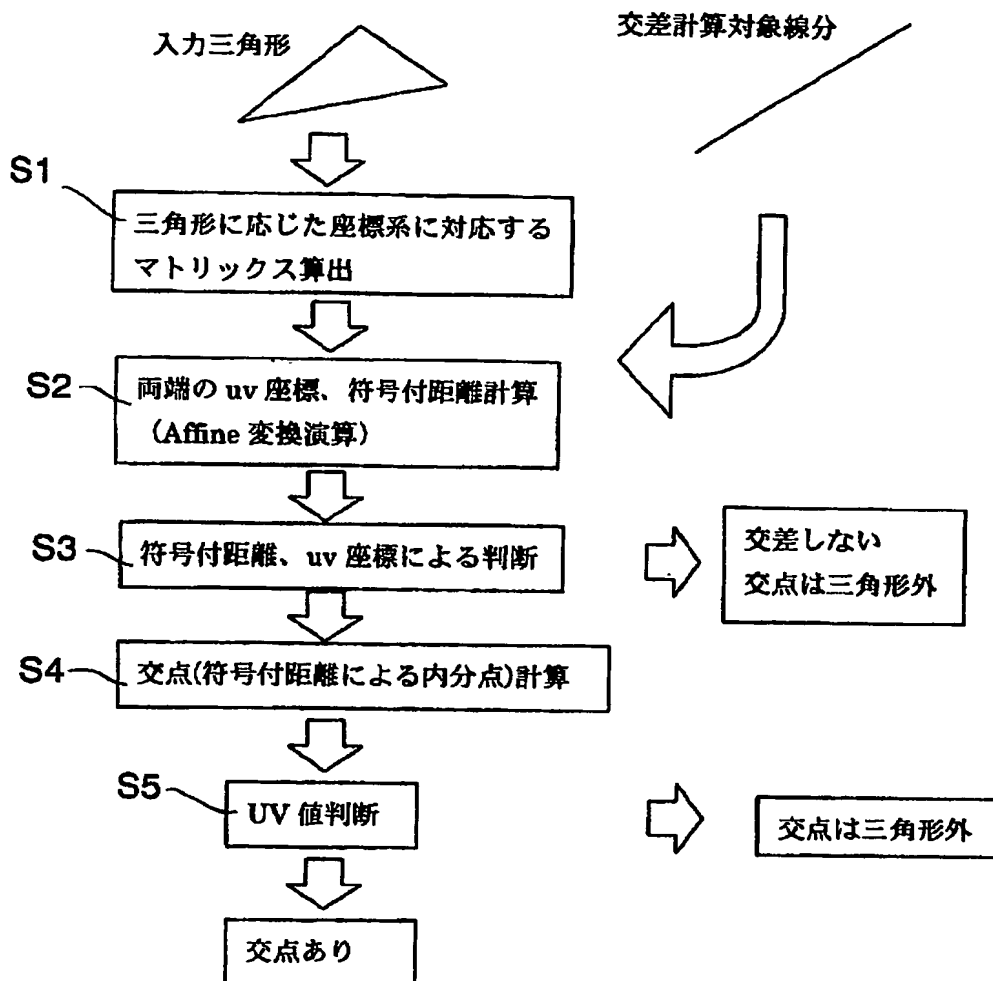
【図 5】



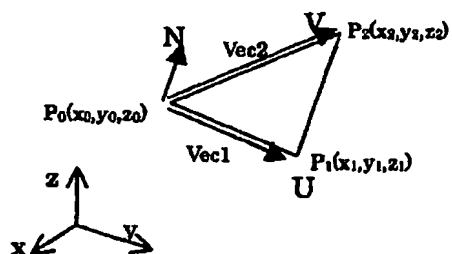
【図 6】



【図 7】

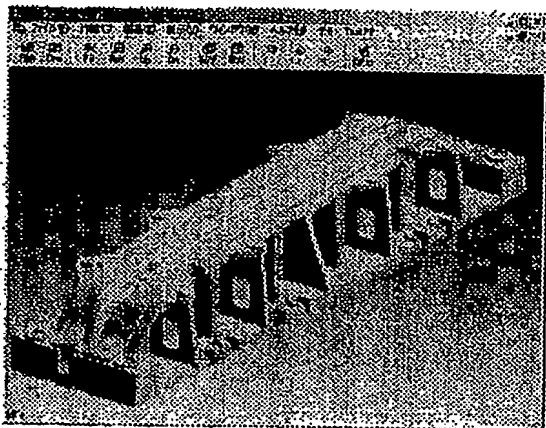


【図 8】



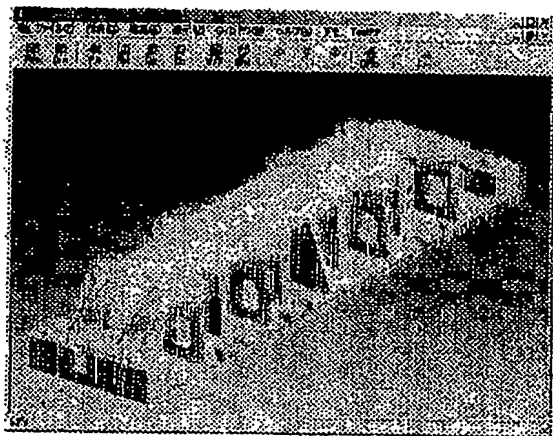
【図 9】

BEST AVAILABLE COPY



入力三角形の表示

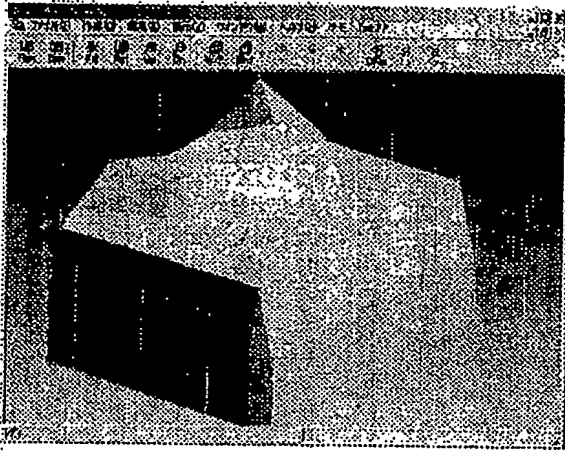
【図 10】



セルとセル内面で構成される V-CAD データ

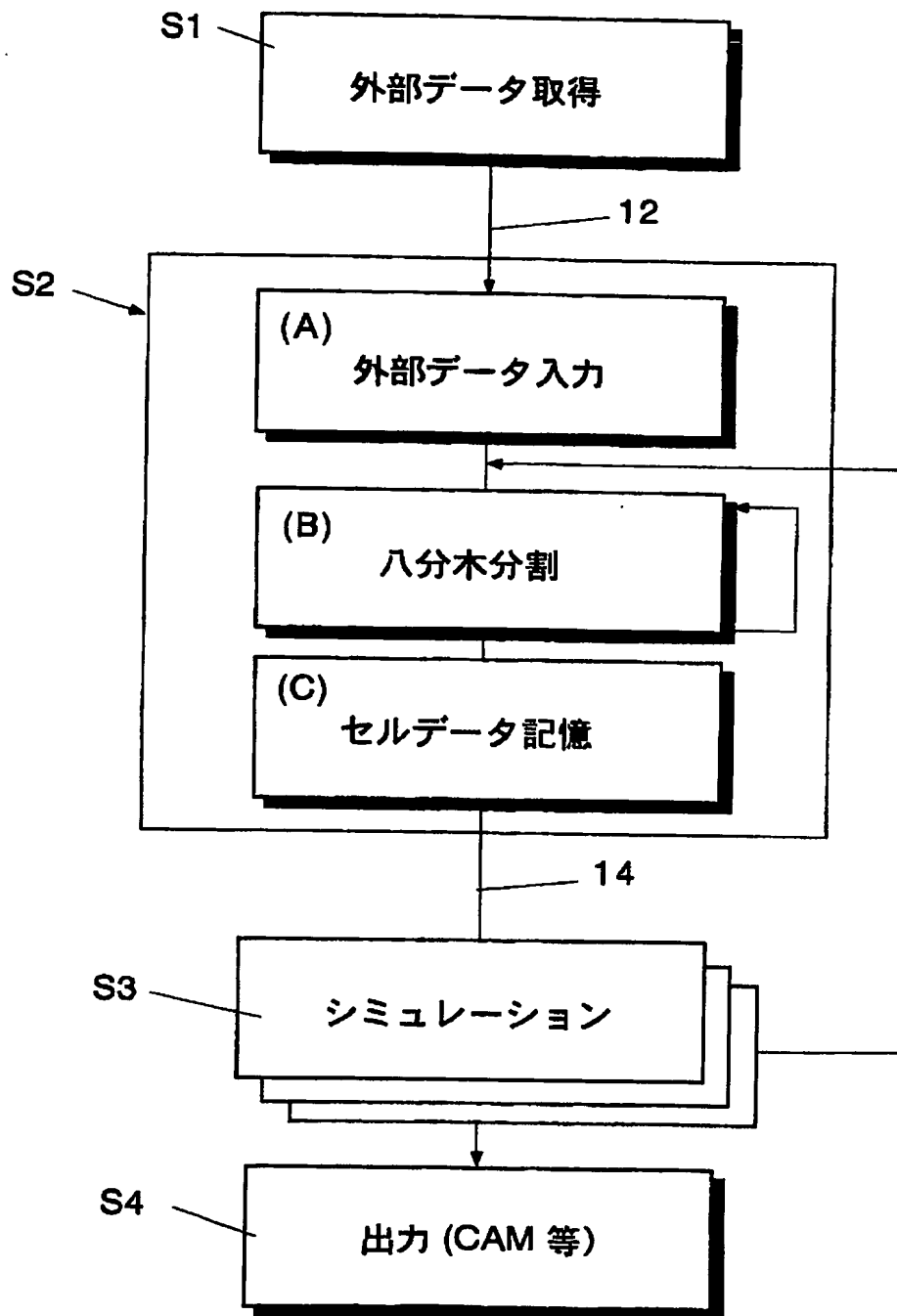
【図 11】

BEST AVAILABLE COPY



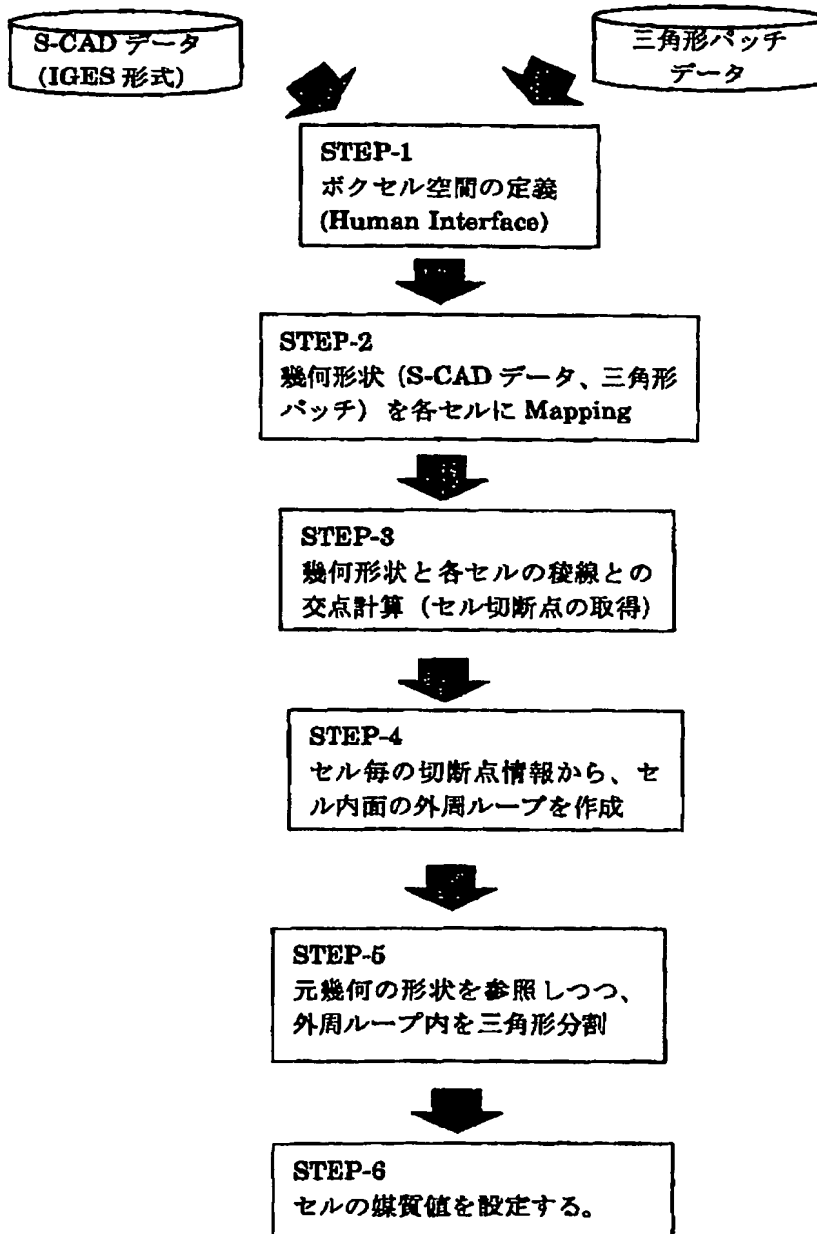
入力データとセル稜線の交点計算により発生したセル切断点

【図 12】



【図 13】

BEST AVAILABLE COPY



【書類名】 要約書

【要約】

【課題】 同一の三角形に対して異なる複数の線分との交点を求める場合に、計算時間を短縮し高速化を図ることができる三角形と線分の交点計算方法とそのプログラムを提供する。

【解決手段】 P_0, P_1, P_2 を 3 頂点とする三角形と、 A, B を結ぶ線分との交点を計算する方法。 P_0 を原点、 P_0P_1 を第一軸（U 軸）の単位長さ、 P_0P_2 を第二軸（V 軸）の単位長さ、 $P_0P_1 \times P_0P_2$ の単位ベクトルを第三軸（N 軸）とする座標系 R を設定し、通常の座標系での点の座標を座標系 R の座標値に変換する変換マトリックス M を計算し、線分の両端 A, B の u, v, n 座標値を演算する。また、両端 A, B の u, v, n 座標値から三角形との交差の有無を判断し、交差する場合にその交点の u, v 座標値を演算し、交点の u, v 座標値から三角形内の交点の有無を判断する。

【選択図】 図 2

出 願 人 履 歴 情 報

識別番号

[0 0 0 0 0 6 7 9 2]

1. 変更年月日

1 9 9 0 年 8 月 2 8 日

[変更理由]

新規登録

住 所

埼玉県和光市広沢 2 番 1 号

氏 名

理化学研究所